

تخمین میزان آبشستگی اطراف پایه پل‌ها با استفاده از نرم‌افزار SSIM

هوشنگ حسونی زاده^۱ و احسان زارع دهدشت^{۲*}

(1) استادیار، گروه عمران دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شوشتر، ایران.

(2) کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، گروه عمران، واحد شوشتر، ایران.

* نویسنده مسئول مکاتبات: Ehsanzare917@yahoo.com

تاریخ دریافت: 90/03/25

تاریخ پذیرش: 90/06/09

چکیده

برآورد حداکثر عمق آبشستگی به منظور تعیین عمق لازم برای پایه‌های پل لازم است. در غیر این صورت ممکن است منجر به تخریب پل گردد. در این پژوهش از نرم افزار SSIM که به صورت سه بعدی، معادلات جریان و رسوب را لحاظ می‌کند استفاده گردیده است. در نرم افزار SSIM میدان جریان در اطراف پایه پل استوانه‌ای شکل، با استفاده از حل سه بعدی معادلات ناویر – استوکس و مدل آشفتگی k-ε، به دست آمده و سپس با استفاده از حل غیردائمی میدان رسوب و معادله پیوستگی، تغییرات تراز کف در اطراف پایه پل محاسبه می‌شود. در ادامه به منظور صحت سنجی، نتایج مدل شبیه سازی شده، با اطلاعات آزمایشگاهی مقایسه گردید. نتایج مقایسه نشان می‌دهد که با دقت بالایی میتوان از این مدل در شبیه سازی آبشستگی و تخمین حداکثر عمق آبشستگی اطراف پایه‌های پل استفاده کرد. به این صورت که عمق آبشستگی 10 تا 20 درصد کمتر از مقدار آزمایشگاهی برآورد شده است.

واژه‌های کلیدی: آبشستگی، پایه پل، میدان جریان، نرم افزار SSIM و آبشستگی موضعی.

مقدمه

ایجاد و گسترش آبشستگی در پایه پل‌ها از مهمترین عوامل آسیب و خرابی پل‌ها می‌باشد. پیش بینی نحوه ایجاد، گسترش و وضعیت نهایی گودال آبشستگی از مهم ترین موارد طراحی هیدرولیکی پل‌ها می‌باشد. این امر به ویژه در مورد پل‌های پر اهمیت و نیز پل‌های با پایه‌های پیچیده، اهمیت خاصی می‌یابد. از زمانی که مسئله آبشستگی موضعی به عنوان یک مسئله مهم در مهندسی رودخانه مطرح شده است، مطالعات آبشستگی موضعی با استفاده از مدل‌های فیزیکی، تحت شرایط ساده شده آزمایشگاهی انجام شده و روابط متعددی برای تخمین حداکثر عمق آبشستگی بدست آمده است. Graf, Istiarto, 2001 . Coleman, 2000 و Melville, 2000 . Breusers et al., 1977 . Richardson, Davis, 2001 . Thamer et al.;2005 و Olville, Hager, 2002 .

کاربرد روابط به دست آمده براساس مطالعات مدل فیزیکی در نمونه‌های واقعی به خصوص برای پایه‌های با هندسه پیچیده که دارای الگوی جریان پیچیده هستند مسئله دار است و بعضاً نتایج قابل قبولی ارائه نمی دهند (Richardson and Panchang, 1998). مقایسه اندازه گیری‌های میدانی از عمق آبشستگی و نتایج حاصل از معادلات موجود، برای عمق آبشستگی، نشان می‌دهد که این معادلات در اکثر موارد، عمق آبشستگی را بیش از حد (در بعضی از موارد تا 5 برابر بیشتر) تخمین می‌زنند (Jahson, 1995). در نظر گرفتن کلیه شرایط پیچیده در مطالعات مدل فیزیکی بسیار وقت گیر و هزینه بردار می‌باشد. بنابراین به نظر می‌رسد که یک کوشش مستمر (که باید ترکیب درستی از تئوری و آزمایش باشد) برای فهم جریان، و نیز مکانیزم جریان مربوط به آبشستگی و تخمین هندسه آبشستگی مورد نیاز است. پیشرفت‌های اخیر در علوم رایانه، انجام بسیاری از محاسبات مربوط به جریان‌های پیچیده را آسان نموده است. استفاده از کدهای رایانه‌ای نسبت به آزمایش‌های مدل فیزیکی، هزینه کمتری را تحمیل می‌کند. CFD به عنوان یک ابزار طراحی و تحلیل قوی در مهندسی هیدرولیک در کنار اندازه گیری‌های میدانی و آزمایشگاهی مطرح شده است. تاکنون مطالعات مختلفی برای به دست آوردن الگوی جریان در اطراف پایه‌های پل، با استفاده از مدل‌های CFD انجام شده است. (Olesn, Kjellesvig, 1998) ، Ge et al.;2005 ، Salaheldin et al.; 2004 ، سلمان بیگی و همکاران (1385) ، شاملو و جعفری (1387) ، سلطانی و رحیمی (1383) ، نوری فر و همکاران (1389)).

هدف از انجام این تحقیق، بررسی عددی الگوی جریان و آبشستگی در اطراف پایه‌های استوانه‌ای پل می‌باشد. برای ارزیابی، از مدل عددی SSIIM برای تخمین شکل و حداکثر عمق آبشستگی استفاده شده و نتایج حاصل از مدل با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

مواد و روش‌ها

معادلات حاکم بر میدان جریان

معادلات حاکم بر میدان جریان همان معادلات ناویر - استوکس هستند که با در نظر گرفتن اثرات آشفتگی، به معادلات رینولدز منتهی می‌شوند. این معادلات را می‌توان برای سیالات تراکم‌ناپذیر و چگالی ثابت، به فرم برداری زیر نوشت (Kjellesvig و Oles (1998)

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{I}{P} \frac{\partial}{\partial x_j} (-P \delta_{ij} - \overline{p u_i u_j}) \quad (1)$$

که در آن ترم اول سمت چپ، ترم تغییرات زمانی و ترم بعدی، ترم جابجایی می‌باشد. ترم اول سمت راست نیز ترم فشار و ترم بعدی آن، ترم تنش رینولدز است که جهت برآورد این ترم، نیاز به یک مدل آشفتگی دارد. این معادلات با استفاده از روش حجم محدود، منفصل سازی و حل می‌شوند. الگوریتم تصحیح فشار نیز به صورت پیش فرض در این برنامه، الگوریتم SIMPLE می‌باشد که البته نرم افزار قابلیت استفاده از الگوریتم SIMPLEC را نیز داراست (Hager and Oliville, 2003).

مدل آشفتگی k-ε

در این نرم افزار به صورت پیش فرض مدل آشفتگی k-ε برای مدل نمودن تنشهای رینولدز استفاده می‌شود:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{U_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \varepsilon \quad (2)$$

که مقدار P_k به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$P_k = u_T \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \left[\frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] \quad (3)$$

با حل K, ε نیز تعیین می‌شود که به صورت زیر مدل می‌شود.

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{u_T}{\sigma_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

در معادلات فوق، C ها ضرایب ثابتی هستند که توسط کاربر، تغییر داده می‌شوند (Kjellesvig and Olesn, 1999) هم چنین، نرم افزار، قابلیت استفاده از مدل‌های آشفتگی دیگر نظیر مدل k-ε با بعضی توسعه‌های RNG، مدل لزجت آشفتگی یکسان ثابت (ایزوتروپیک)، مدل k-ε محلی بر اساس تنش برشی باد، مدل لزجت آشفتگی، مدل k-ε محلی بر اساس سرعت آب، و مدل لزجت آشفتگی ثابت غیر ایزوتروپیک را نیز دارا می‌باشد (Olsend, 2003).

محاسبه پروفیل سطح آب

پروفیل سطح آب در این نرم افزار با استفاده از برون‌یابی فشار در سلول‌های داخلی نزدیک سطح آب تعیین می‌شود. یک سطح مرجع، در سلول واقع در پایین است داده می‌شود که در این سلول، سطح آب، اجازه تغییر مکان نخواهد داشت. فشار در این سلول (P_{fire}) به عنوان فشار مرجع انتخاب می‌شود و سپس یک اختلاف فشار برای هر سلول، با کم نمودن این فشار مرجع، محاسبه می‌گردد. این اختلاف فشارهای محاسبه شده با استفاده از رابطه زیر، مقدار جابجایی را برای هر سلول به دست می‌دهند.

$$h_{ij} = \frac{1}{\rho g} (p_{ij} - p_{ref}) \quad (5)$$

جابجایی عمودی تنها برای سلول‌های سطح آب، اعمال می‌شود. در این حالت، سلول‌های پایین‌تر نیز دارای جابجایی خواهند بود که میزان آن متناسب با توزیع لایه‌ها در جهت عمودی می‌باشد. به طوری که نسبت اندازه سلول‌ها در جهت عمودی به عمق آب، همواره مقدار ثابتی خواهد بود (Kjelesvig and Olesn, 1998).

محاسبات جریان رسوب

معادله حاکم بر میدان رسوب معادله پیوستگی رسوب به صورت زیر می‌باشد (شفاعی بجستان، 1378)

$$\frac{dz}{dt} + \frac{1}{1-n_p} \frac{dq_b}{dx} = 0 \quad (6)$$

q_b : مقدار بار رسوب در واحد عرض رودخانه و n_p : نسبت تخلخل مواد رسوبی است.

انتقال رسوب از گذشته، به دو دسته بار معلق و بار بستر، تقسیم‌بندی می‌شود. بار معلق با استفاده از معادله جابجایی - پخش برای غلظت رسوب c محاسبه می‌شود (Olsend, 2003).

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U_j \frac{\partial c}{\partial x_j} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\xi_T \frac{\partial c}{\partial x_j}) \quad (7)$$

در رابطه فوق W : سرعت متوسط سقوط ذرات رسوب و ξ : ضریب پخش می‌باشد که از رابطه زیر محاسبه می‌گردد.

$$\xi = u_T / s_c \quad (8)$$

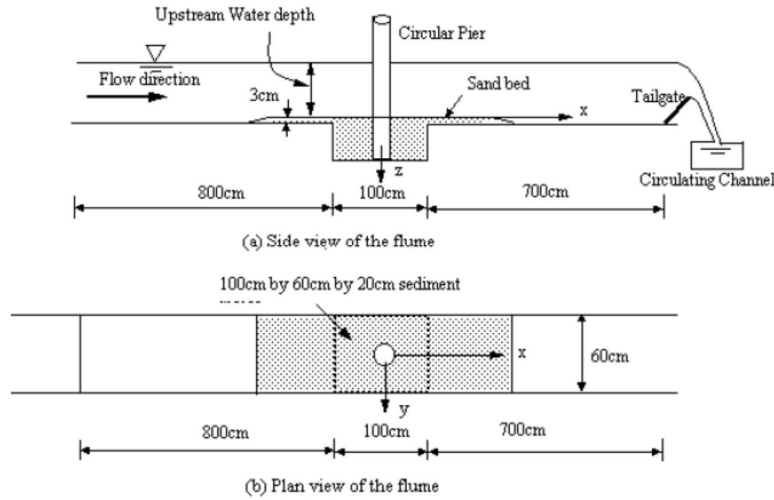
s_c : عدد اشمیت است که پیش فرض آن در برنامه 1 می‌باشد.

بار بستر q_b نیز در این نرم افزار به صورت پیش فرض و با استفاده از فرمول Van Rijn به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{q_b}{D_{50}^{1.5} \sqrt{\frac{(P_s - P_w)}{P_w}}} = 0.053 \frac{\left[\frac{t - t_c}{t_c} \right]}{D_{50}^{0.3} \left[\frac{(P_s - P_w)g}{P_w u^2} \right]^{0.1}} \quad (9)$$

معرفی مدل آزمایشگاهی

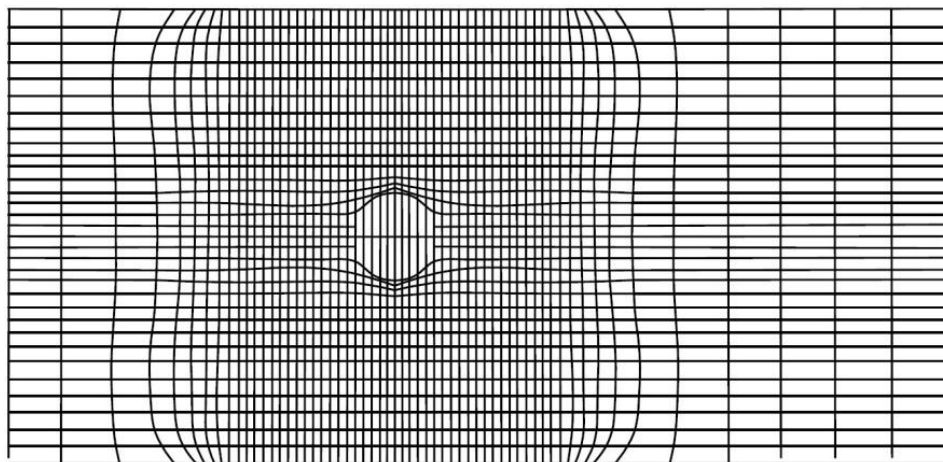
در این قسمت با توجه به نتایج به دست آمده در قسمت قبل، یعنی حساسیت سنجی مدل، شرایط آزمایشگاهی مربوط به آزمایشات Hager و Oliveto، که در این زمینه ترتیب داده بودند، به کار گرفته شد. این آزمایش در یک فلوم به طول 1/6 متر و عرض 0/6 متر و عمق 0/4 متر انجام شده است. داده‌های این آزمایش به قرار زیر می‌باشند. قطر پایه پل (D) 6 سانتی متر، عمق جریان (h) 16 سانتیمتر، دبی جریان (Q) 30 لیتر بر ثانیه، قطر مصالح بستر (d_{s0}) 1/28 میلی‌متر. شکل (1) شرایط هندسی کانال مربوط به آزمایش مذکور را نشان می‌دهد.



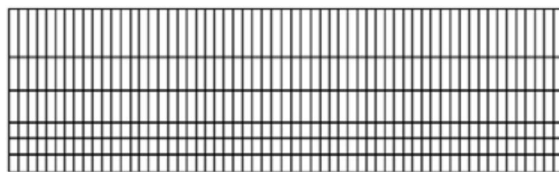
شکل ۱: شرایط هندسی کانال مدل فیزیکی

شبیه سازی میدان جریان و رسوب در اطراف پایه پل با استفاده از مدل SSIM

اولین گام در شبیه سازی عددی هر مسئله ای، تقسیم بندی منطقه مورد نظر به سلول‌هایی است که قرار است معادلات حاکم منفصل سازی شده برای تک تک آنها حل شوند. این گام در اصطلاح، گام شبکه بندی نامیده می‌شود. با توجه به اهمیت پدیده آبشستگی اطراف خود پایه پل، در این تحقیق سعی شده سلول‌های نزدیک پایه پل، ریزتر گردند تا بتوان گردابه‌های نعلاسبی، و جریان‌های روبه پایین در جلوی پایه و غیره را به خوبی مدل سازی نمود. و همچنین زمان محاسبات را نسبت به حالتی که در کل میدان حل از سلول‌های زیر استفاده گردد، کاهش داد. در فواصل دورتر از پایه، از سلول‌های با ابعاد 5×1 سانتی متر و در 1 متر میانی کانال از سلول‌های با ابعاد 1×1 سانتی متر استفاده شده است. در جهت قائم، خطوط شبکه در 0 ، 10% ، 20% ، 30% ، 50% ، 70% ، 100% عمق آب گسترده شده‌اند. در شکل‌های (۲) و (۳) خطوط شبکه تعریف شده برای مسئله در پلان و ارتفاع کانال مشاهده می‌شود.



شکل ۲: نمایش خطوط شبکه در پلان



شکل 3: نمایش خطوط شبکه در پلان

بررسی حساسیت مدل نسبت به انتخاب فرمول محاسبه بار بستر

نرم افزار SSIIM امکان انتخاب فرمول محاسبه بار بستر را از طریق دستور F10 در فایل کنترل به کاربر می‌دهد. در این نرم افزار به صورت پیش فرض، از فرمول Van Rijn (1987) استفاده می‌شود. اما امکان استفاده از چند رابطه مربوط به محققین دیگر نیز وجود دارد. همان طور که در جدول (1) مشاهده می‌گردد، نتایج عددی حاصل از اجرای نرم افزار با فرمول‌های Yang و Shen, Hung، خطای بسیار کمی دارند. اما از آنجا که شکل حفره آبخستگی به وجود آمده، ارتباط مستقیمی با معادلات انتقال رسوب در بستر دارد، لذا با بررسی کیفی شکل حفره آبخستگی تشکیل شده توسط نرم افزار و نیز مقایسه آن با نمونه آزمایشگاهی مشاهده شده که شکل حفره آبخستگی ایجاد شده توسط معادله Van Rijn شکل ظاهری بیشتر به واقعیت نزدیک است. بنابراین پیشنهاد می‌شود که از همان رابطه پیش فرض نرم افزار استفاده شود.

جدول 1: میزان خطای محاسباتی فرمولهای مختلف بار بستر

دانشمند	عمق آبخستگی محاسبه شده	درصد خطا
Ackers / White	23/52	34/4
Engelund/Hansen	29/19	66/8
Yang	17/55	0/3
Shen / Hung	17/6	0/62
Einstein	31/19	78/28

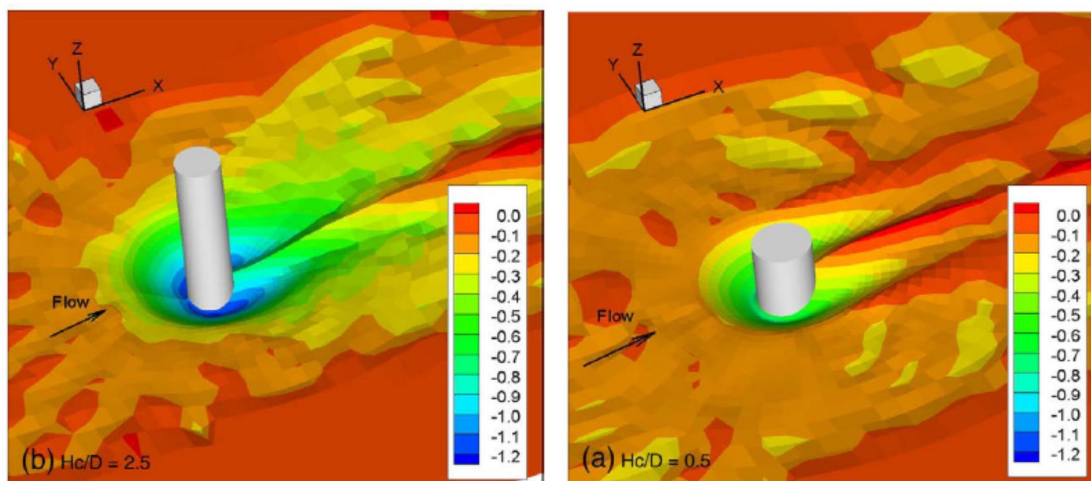
نتایج و بحث

مقایسه حفره آبخستگی در مدل عددی و آزمایشگاهی

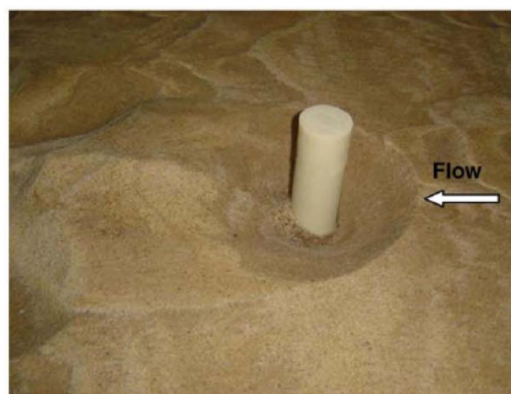
شکل (4) نمای سه بعدی توپوگرافی بستر و منحنی‌های میزان سطح بستر را برای دو حالت $\frac{h_c}{d} = 0/5$ و $\frac{h_c}{d} = 2/5$ نشان می‌دهد. همان

طوری که مشخص است، حفره آبخستگی برای $\frac{h_c}{d} = 2/5$ هم از نظر عمق و هم از نظر پلان، از $\frac{h_c}{d} = 0/5$ بیشتر می‌باشد. با مقایسه

شکل‌های (4) و (5) با یکدیگر مشاهده می‌شود که شکل حوضچه آبخستگی در جلوی پایه پل، کاملاً شبیه نتایج آزمایشگاهی می‌باشد.



شکل 4: نمای سه بعدی توپوگرافی بستر و منحنی‌های میزان سطح بستر برای دو حالت $hc/D = 2/5$ و $hc/D = 0/5$



شکل 5: نمایی از حفرة آبستگي ایجاد شده در مدل آزمایشگاهی برای حالت $hc/D = 2/5$

مقایسه عمق آبستگي مدل عددی و آزمایشگاهی در جهت محور Xها و Yها

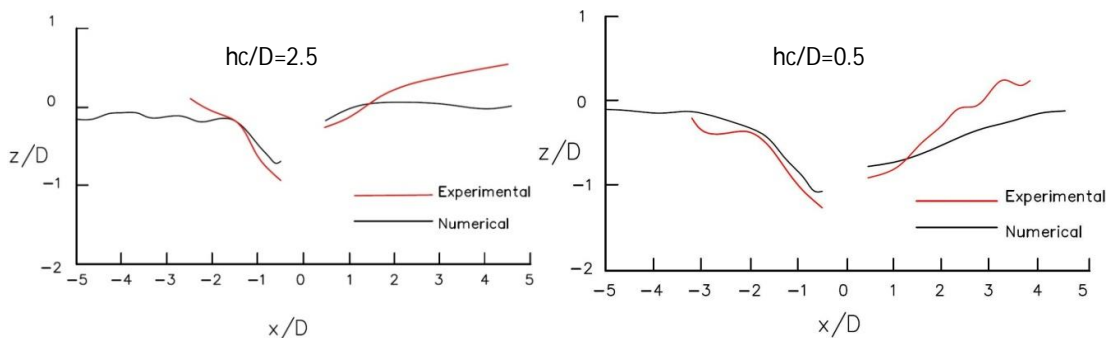
شکل (6) مقایسه عمق آبستگي در حول محور X را برای دو حالت $\frac{h_c}{d} = 2/5$ و $\frac{h_c}{d} = 0/5$ نشان می‌دهد. مدل عددی، عمق

آبستگي را هم در جلویی و هم در پشتی، حدود 10 تا 20% کمتر از نمونه آزمایشگاهی برآورد نموده است. بررسی‌های انجام گرفته نشان می‌دهد که در ناحیه $X/D > 1$ مقدار عمق آبستگي اندازه گیری شده، کمتر از نتایج آزمایشگاهی می‌باشد.

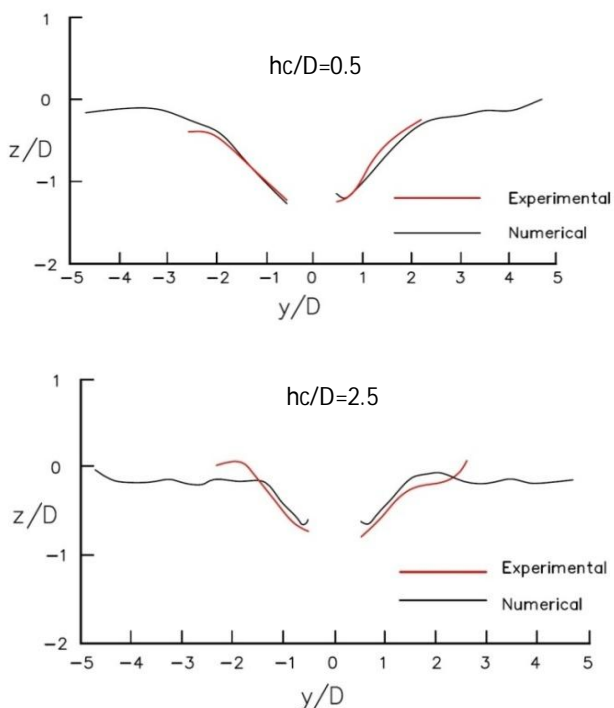
شکل (7) مقایسه عمق آبستگي در طول محور Y را نشان می‌دهد. تطابق بین نتایج عددی و آزمایشگاهی در حول محور Y به خوبی

محور X است. همان طور که مشاهده می‌شود شیب حفرة آبستگي هم در جلو و هم در پشت پایه پل در هر دو حالت $\frac{h_c}{d} = 0/5$ و

$\frac{h_c}{d} = 2/5$ تقریباً مشابه نمونه آزمایشگاهی است.



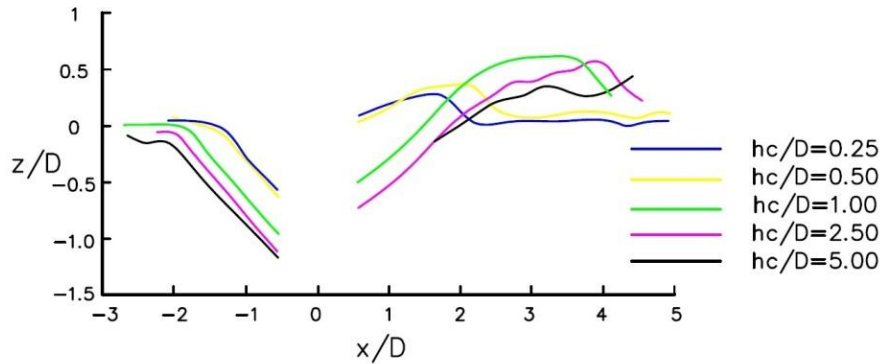
شکل ۶: مقایسه عمق آبستگي در حول محور X را برای دو حالت $hc/D = 2/5$ و $hc/D = 0/5$



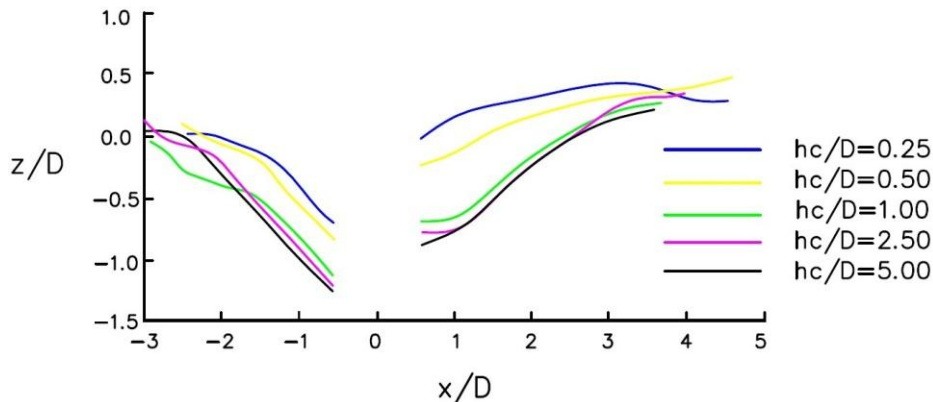
شکل ۷: مقایسه عمق آبستگي در حول محور Y را برای دو حالت $hc/D = 2/5$ و $hc/D = 0/5$

نمودارهای (۸) و (۹) نیم رخ های بسته کانال را در صفحه Xt نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود با افزایش ارتفاع پایه پل، به خاطر افزایش قدرت پدیده رهایی گردابه، توده ماسه بیشتری به سمت پایین دست جریان، حرکت می‌کند. در این آزمایشات، مشاهده شده که در پایین حوضچه آبستگي، گرداب نعل اسبی، ذرات رسوب را از بستر جدا کرده و تبدیل به اجزاء معلق می‌کند. و شستشوی رسوبات، شیب زاویه‌ای حفره آبستگي را افزایش می‌دهد. و هنگامی که شیب زاویه‌ای از یک حد مشخص فراتر رفت، دیواره حفره آبستگي فرو خواهد ریخت. هم چنین مشاهده می‌شود که در بالادست پایه پل، شیب حفره آبستگي برای همه نیمرخ‌ها تقریباً یکسان است. عمق آبستگي، هم در جلو و هم در پشت پایه پل، با زیاد شدن ارتفاع، افزایش می‌یابد که علت این امر را می‌توان به افزایش ظرفیت انتقال رسوب، بدلیل افزایش انسداد جریان در اثر بیشتر شدن قدرت گرداب نعل اسبی نسبت داد.

سطح بستر در بالادست پایه پل، برای هر دو سرعت $36/2 \text{ cm/sec}$ و $44/1 \text{ cm/sec}$ پایین‌تر از سطح بستر در پایین‌دست است. این اختلاف هنگامی که ارتفاع پایه پل کوتاه باشد مشهودتر است. علت این امر را می‌توان به تشکیل پدیده رهایی گردابه شدیدتر اطراف پایه پل کوتاهتر نسبت داد. تشکیل حوضچه آبشستگی در اثر تشکیل گرداب نعل‌اسبی و رهایی گردابه می‌باشد. شست و شوی بالا دست پایه پل، به علت گرداب نعل‌اسبی و پایین‌دست پایه پل به دلیل پدیده رهایی گردابه می‌باشد.



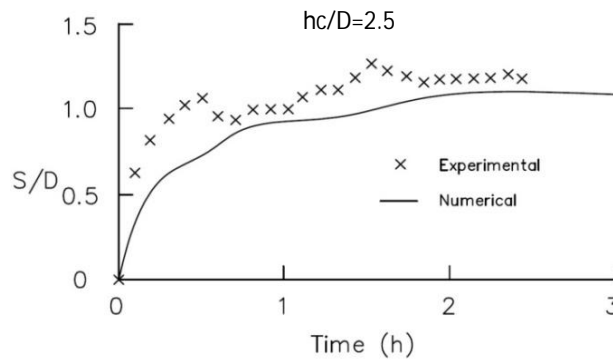
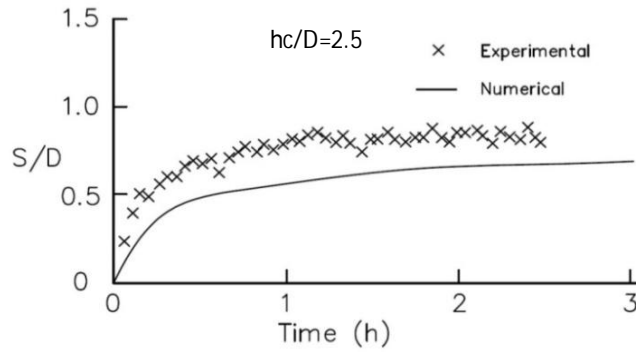
شکل 8: نیمرخ بسته کانال در صفحه Xt برای سرعت $V=36/2 \text{ cm/sec}$



شکل 9: نیمرخ بسته کانال در صفحه Xt برای سرعت $V=44/1 \text{ cm/sec}$

مقایسه عمق آبشستگی در مدل عددی و فیزیکی

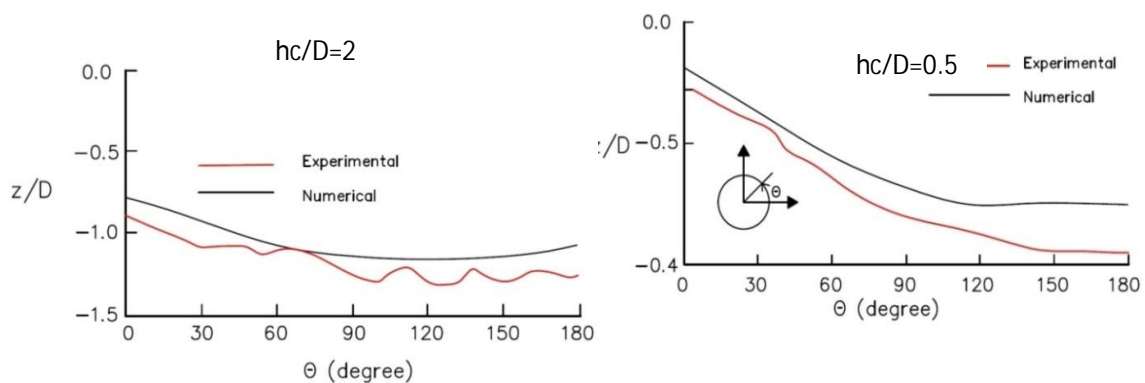
در شکل (10) به مقایسه عمق آبشستگی در مدل فیزیکی و عددی پرداخته شده است. با مقایسه نتایج حاصل از مدل فیزیکی، مشاهده شده که تغییرات عمق آبشستگی با مدل عددی، از تطابق خوبی برخوردار می‌باشد (به نحوی که S/D محاسبه شده برای $\frac{h_c}{d} = 2/5$ در حدود 20% کوچکتر از نتایج آزمایشگاهی و برای $\frac{h_c}{d} = 0/5$ در حدود 10% کوچکتر بود.) با بررسی شکل (10) مشاهده می‌شود که در مراحل اولیه آبشستگی، تغییرات عمق بیشتر بوده و با گذشت زمان از این مقدار تغییرات عمق، کاسته می‌شود تا به عمق آبشستگی ثابتی برسد.



شکل 10: مقایسه عمق آبشستگی در مدل فیزیکی و عددی برای دو حالت $hc/D = 2/5$ و $hc/D = 0/5$

مقایسه عمق آبشستگی مدل عددی و آزمایشگاهی برای محیط جانبی پایه پل

شکل (11) مقایسه عمق آبشستگی، در محیط جانبی پایه پل را نشان می‌دهد. همان طور که مشخص است، ماکزیمم عمق آبشستگی در نقطه ایستایی پایه پل ایجاد می‌شود و به تدریج با حرکت به سمت پایین دست جریان، کاهش می‌یابد. هم چنین با توجه به شکل (11) برای $\frac{h_c}{d} = 2/5$ مشخص است که عمق آبشستگی محاسبه شده در محیط جانبی پایه پل، 8% بزرگتر از مدل آزمایشگاهی است.



شکل 11: مقایسه عمق آبشستگی در محیط جانبی پایه پل برای دو حالت $hc/D = 2/5$ و $hc/D = 0/5$

نتیجه گیری

- 1- با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان دریافت که نرم افزار SSIM قابلیت شبیه‌سازی سه‌بعدی میدان جریان و رسوب اطراف پایه پل را با دقت بالایی داراست و اثرات جریان‌های روبه‌پایین در جلوی پایه و نیز گردابه‌های نعل‌اسبی در اطراف پایه را در محاسبات مربوط به تغییرات تراز کف، لحاظ می‌کند. هم‌چنین وجود موج دماغه در جلوی پایه را در نظر گرفته و پروفیل سطح آب را محاسبه می‌کند. بنابراین در موارد مشابه می‌توان به جواب‌های این نرم افزار اعتماد کرد.
- 2- مکانیزم آبستنگی در اثر گرداب نعل‌اسبی و پدیده رهایی‌گردابه به خوبی به وسیله مدل‌های عددی، پیش‌بینی شده است.
- 3- عمق آبستنگی پیش‌بینی شده به وسیله مدل‌های موجود، در حدود 10 تا 20 درصد کوچکتر از مقادیر اندازه‌گیری شده در نمونه آزمایشگاهی به دست آمده است.
- 4- کاهش ارتفاع استغراق پایه پل، گرداب نعل‌اسبی و پدیده رهایی‌گردابه را ضعیف می‌کند. مشاهده شده که اگر ارتفاع استغراق پایه پل کاهش یابد، عمق آبستنگی نیز کاهش می‌یابد.
- 5- بررسی‌های انجام شده در مورد پارامترهای تاثیرگذار بر پدیده آبستنگی مشخص نمود که افزایش سرعت، و دبی جریان ورودی به کانال و نیز عمق جریان بالادست (به‌عنوان نمونه‌ای از پارامترهای هیدرولیکی) و افزایش قطر پایه پل (به‌عنوان نمونه‌ای از پارامترهای هندسی) همگی باعث افزایش عمق آبستنگی در اطراف پایه‌های پل می‌شوند.

منابع

- سلیمان بیگی، ن. و مصطفی قره‌باغی، ا. (1385). بررسی جریان سیال در اطراف مجموعه شمع‌های استوانه‌ای، هفتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی رودخانه، اهواز دانشگاه شهید چمران اهواز.
- سلطانی، م. و رحیمی اصل، ر. (1383). دینامیک سیالات محاسباتی به کمک نرم‌افزار Fluent: انتشارات نشر طراح، چاپ دوم.
- شاملو، ح. و جعفری، پ. (1387). بررسی اثر زبری کف در الگوی جریان اطراف پایه پل به کمک نرم‌افزار Flow 3D، چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه تهران.
- شفاعی بجستان، م. (1378). هیدرولیک رسوب. ویرایش دوم. انتشارات دانشگاه شهید چمران اهواز. حسونی زاده، ه. (1370). بررسی روش‌های تجربی پیش‌بینی آبستنگی موضعی اطراف پایه پل، پایان‌نامه ارائه شده جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید چمران اهواز.
- نوری فر، م.، فغفور مغربی، م. و حسن زاده، ی. (1389). مقایسه عددی کاهش آبستنگی موضعی اطراف پایه شکاف‌دار و دو پایه پل مجزا، پنجمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد.

- Breusers, H.N.C., Niccollet, G and Shen, H. W. (1977). Local scour around cylindrical piles. and J. Hyd. Res., 15(3), pp. 211-252.

- **Ge, L., Lee, S. O., Sotiropoulos, F and Sturm, T. (2005).** 3D unsteady RANS modeling of complex hydraulic engineering flows. II: model validation and flow physics. and J. Hydr. Eng., ASCE, 131(9), pp. 809-820.
- **Graf- W.H and Istiarto. I. (2002).** Flow pattern in the scour hole around a cylinder and , Journal of Hydraulic Research, vol.40, No.1, pp. 13-20.
- **Johnson, A. (1995).** Comparison of pier-scour equations using field data. and J. Hydr. Eng., ASCE, 121(8), pp. 626-629.
- **Melville, B. W and Coleman, S. E. (2000).** “Bridge scour” Water Resources Publications, Colo.
- **Oliveto, G and Hager, W.H. (2002).** Temporal Evolution of Clear-Water Pier and Abutment Scour, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.128 (9), pp. 811-820.
- **Olsen, N. R. B and Kjellesvig, H. M. (1998).** Three-dimensional numerical flow modeling for estimation of maximum local scour depth and Journal. Hyd. Res., 36(4), pp. 579-590.
- **Olsen, B and Kjelesvig, M. (1999).** Tree Dimensional Numerical Flow Modeling For Estimation of Maximum Local Scour Depth. and J . Hydr . Eng.
- **Olsend, B. SSIIM Manual**, www.bygg.ntnu. no, 2003.
- **Richardson, J. E and Panchang, V. G. (1998)** .Three-dimensional simulation of scour-inducing flow at bridge piers. and J. Hydr. Eng., ASCE, 124(5), 530-540.
- **Richardson, E.V and Davis, S.R. (2001).** Evaluating Scour at Bridges (4th Ed.), Federal Highway Administration, Hydraulic Engineering Circular No.18, FHWA NHI-01-001.
- **Salaheldin, T. M., Imran, J and Chaudhry, M. H. (2004).** Numerical modeling of three-dimensional flow field around circular piers. and J. Hydr. Eng., ASCE , 130(2), pp. 91-100.
- **Thamer, A.M., Megat Johari, M., Ghazali, A.H and Huat, B.K. (2005).**”Validation of somebridge pier scour formulae using field data and laboratory data”, American Journal of Environmental Science, pp.119-125.